Mathématique SN- 4 : Évaluation finale C2
Été 2022

1ière Section : Choix multiples

1. Qualifie la force de la corrélation linéaire dans le tableau à double entrée ci-dessous :

	[0, 8[	[8, 16[	[16, 24[	[24, 32[	[32, 40[	[40, 50]
[0, 5[	13	1	0	0	0	0
[5, 10[	2	14	14	0	1	0
[10, 15[	0	2	3	15	12	5
[15, 20]	0	0	1	2	1	10

a) La corrélation linéaire est positive et faible.
b) La corrélation linéaire est négative et faible.
c) La corrélation linéaire est positive et forte.
d) La corrélation linéaire est négative et forte.

2. Quelle droite est perpendiculaire à 5x – 3y + 17 = 0 ?

a) $y = \frac{5}{3}x - 10$

c) $y = \frac{3}{5}x - 17$

b) $y = -\frac{5}{3}x + 17$

d) $y = -\frac{3}{5}x + 10$

Pente = $\frac{-A}{B} = \frac{-(5)}{(-3)} = \frac{5}{3}$

Pente perpendiculaire = $-\frac{3}{5}$

3. Combien de solutions a le système d'équations suivant :

$$15x - 6y = 23$$
$$y = 2.5x + 7$$

a) Aucune solution
b) 1 solution
c) 2 solutions
d) Une infinité de solutions

Substitution
$15x - 6(2.5x + 7) = 23$
$15x - 15x - 42 = 23$
$-42 = 23$ Ligne fausse → Aucune solution

4. Quel coefficient de corrélation linéaire représente la relation de corrélation linéaire la plus significative?

a) $r_1 \approx -0.8$
b) $r_2 \approx 0.2$
c) $r_3 \approx 0.7$
d) $r_4 \approx -0.01$

Le signe n'a pas d'impact sur la force de corrélation.

5. L'équation d'une fonction polynomiale du 2$^{\text{ième}}$ degré est $f(x) = -2(x + 4)^2 - 7$. Laquelle des affirmations suivantes est fausse ?

a) Le domaine de cette fonction est $]-\infty , \infty[$.

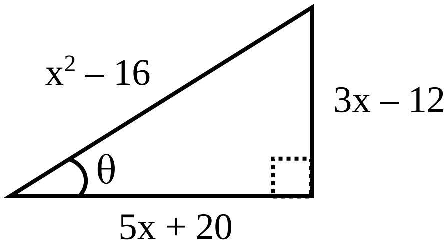
b) L'image de cette fonction est $]-\infty, -7]$.

c) Cette fonction n'a pas de zéro.

d) Si $x \in [-7, \infty[$, cette fonction est décroissante.

La croissance d'une parabole change au sommet. C'est donc à -4 qu'il y aura du changement…

6. Quelle est la valeur simplifiée du rapport sinus pour l'angle θ dans le triangle rectangle ci-dessous?



$$\sin\theta = \frac{opp}{hyp} = \frac{3x-12}{x^2-16} = \frac{3(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{3}{x+4}$$

a) $\frac{5}{x-4}$

b) $\frac{3}{x+4}$

c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{x+4}{3}$

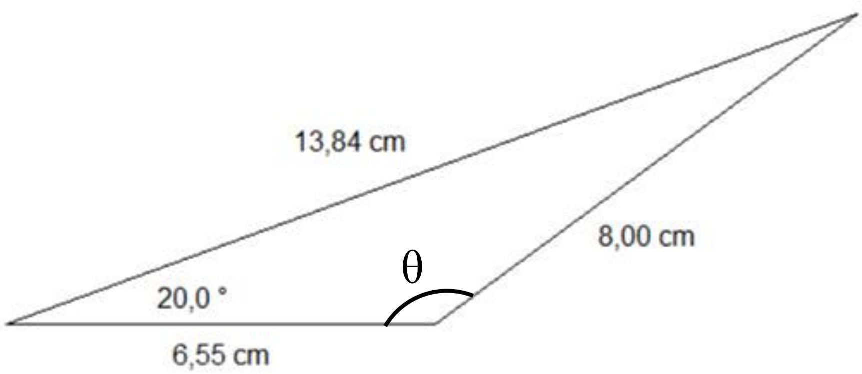
$2^{\text{ième}}$ Section : Réponses courtes

7. Sachant que le diviseur est différent de zéro, quel est le reste de la division suivante?

$$(30x^3 – 39x^2 + 52x – 12) \div (5x – 4)$$

$30x^3$	$-39x^2$	$+52x$	-12	$5x - 4$
$30x^3$	$-24x^2$			$6x^2 - 3x + 8$
	$-15x^2$	$+52x$	-12	
	$-15x^2$	$+12x$		
		$40x$	-12	
		$40x$	-32	
			20	

8. Quelle est la mesure de l’angle obtus θ dans le triangle ci-dessous?



Loi des Sinus

$$\frac{\sin \theta_1}{opp_1} = \frac{\sin \theta_2}{opp_2}$$

$$\frac{\sin 20°}{8} = \frac{\sin \theta}{13.84}$$

$$\frac{0.3420}{8} = \frac{\sin \theta}{13.84}$$

$\sin \theta = 0.59166$

$\theta = \sin^{-1}(0.59166)$

$\theta = 36.27°$

Mais l’angle est obtus, alors : 180 – 36.27 = **143.73°**

9. Le polynôme $81x^2 - 18x + 1$ représente l'aire d'un carré. Quelle est l'expression algébrique qui représente le périmètre de ce carré?

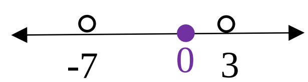
$81x^2 - 18x + 1$ Produit = 81 Facteurs = (-9, -9)
$= 81x^2 - 9x - 9x + 1$
$= (81x^2 - 9x) + (-9x + 1)$
$= 9x(9x - 1) + -1(9x - 1)$
$= (9x - 1)(9x - 1)$

1 côté du carré $= 9x - 1$

Périmètre du carré $= 4 \bullet c$
$= 4 \bullet (9x - 1)$
$=$ **$36x - 4$**

10. Quelles sont les solutions de l'inéquation $0.2(x - 3)(x + 7) > 0$?

$x - 3 = 0$ $(+ 3)$ ou $x + 7 = 0$ $(- 7)$
$x = 3$ $x = -7$



Test avec $x = 0$:
$0.2(0 - 3)(0 + 7) > 0$
$0.2(-3)(7) > 0$
$-4.2 > 0$ Faux

Les solutions sont $x \in]-\infty , -7[\cup]3, \infty[$

$3^{ième}$ Section : Questions à développement

Non loin du petit village de Sainte-Jessica-de-l'Abitibi, un nouveau gisement d'or a été découvert près de la surface. Des changements de taille allaient se dérouler dans ce petit village dans les années à venir…

11. La Cantine

Dès l'annonce de la découverte, Catherine s'est lancée en affaires!

La cantine « Burger et Poutine chez Catherine » vend seulement des hamburgers ou des poutines. Chaque vente d'un hamburger génère un certain profit. Chaque vente d'une poutine génère un certain autre profit. Catherine a simplement fixé des prix.

Complétez la table ci-dessous en calculant les profits pour la troisième semaine à Catherine.

Semaine	# de hamburgers vendus	# de poutines vendus	Profits
1	14	29	126.37$
2	23	48	208.74$
3	42	75	**???**

Soit x : le profit par vente d'un hamburger ($)
y : le profit par vente d'une poutine ($)

$$
\begin{array}{lll}
14x + 29y = 126.37 & (\cdot 23) \rightarrow & 322x + 667y = 2\,906.51 \\
23x + 48y = 208.74 & (\cdot 14) \rightarrow & -\underline{322x + 672y = 2\,922.36} \\
 & & \quad 0x - 5y = -15.85 \quad (\div -5) \\
 & & \quad\quad y = 3.17
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
14x + 29y &= 126.37 \\
14x + 29(3.17) &= 126.37 \\
14x + 91.93 &= 126.37 && (-91.93) \\
14x &= 34.44 && (\div 14) \\
x &= 2.46
\end{aligned}
$$

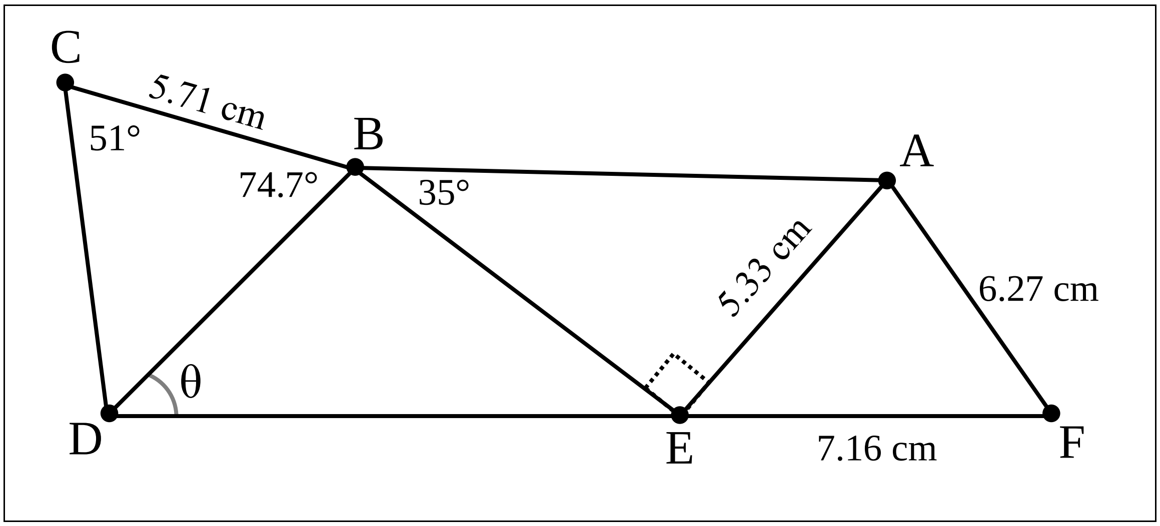
$3^{ième}$ semaine : $42x + 75y = 42(2.46) + 75(3.17) = 103.32 + 237.75$
$= 341.07\$$

12. La vitrine

Avec le renouveau économique lié à l’activité minier dans la région, l’hôtel de ville a décidé de réparer une pièce triangulaire dans un ancien vitrail.

Voici un schéma qui n’est pas à l’échelle d’une partie du vitrail.

Déterminez la mesure de l’angle BDE au dixième près.



<u>Les informations :</u>

Les points D, E et F sont alignés.

La mesure du segment CB est 5.71 cm.
La mesure du segment EA est 5.33 cm.
La mesure du segment EF est 7.16 cm.
La mesure du segment AF est 6.27 cm.

La mesure de l’angle BCD est 51.0°.
La mesure de l’angle CBD est 74.7°.
La mesure de l’angle EBA est 35.0°.
L’angle BEA est droit.

1^{ière} étape : Trouver l'angle AEF avec la loi des Cosinus

$opp^2 = adj_1^2 + adj_2^2 - 2 \cdot adj_1 \cdot adj_2 \cdot \cos\theta$

$6.27^2 = 5.33^2 + 7.16^2 - 2 \cdot 5.33 \cdot 7.16 \cdot \cos\theta$

$39.3129 = 28.4089 + 51.2656 - 76.3256 \cdot \cos\theta$

$39.3129 = 79.6745 - 76.3256 \cdot \cos\theta$ (- 79.6745)

$-40.3616 = -76.3256 \cdot \cos\theta$ (÷ -76.3256)

$0.5288 = \cos\theta$ ($\cos^{-1}$)

$58.08° = \theta$

2^{ième} étape : Trouver l'angle BED

180 – 90 – 58.08 = 31.92°

3^{ième} étape : Trouver le côté BE

$$\tan\theta = \frac{opp}{adj}$$

$$\tan 35° = \frac{5.33}{BE}$$

$$\frac{0.7002}{1} = \frac{5.33}{BE}$$

BE = 7.61 cm

4^{ième} étape : Trouver l'angle CDB

180 – 74.7 – 51 = 54.3°

5^{ième} étape : Trouver le côté DB

$$\frac{\sin\theta_1}{opp_1} = \frac{\sin\theta_2}{opp_2}$$

$$\frac{\sin 54.3°}{5.71} = \frac{\sin 51°}{DB}$$

$$\frac{0.8121}{5.71} = \frac{0.7771}{DB}$$

BD = 5.46 cm

6ième étape : Trouver l'angle BDE

$$\frac{\sin\theta_1}{opp_1} = \frac{\sin\theta_2}{opp_2}$$

$$\frac{\sin 31.92°}{5.46} = \frac{\sin\theta}{7.61}$$

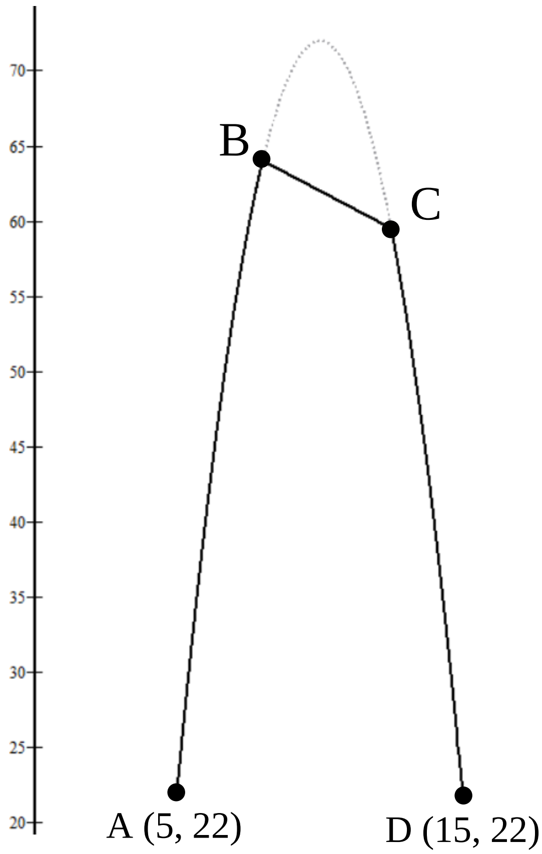
$$\frac{0.5287}{5.46} = \frac{\sin\theta}{7.61}$$

$\sin \theta = 0.7369$ ($\sin^{-1}$)

$\theta = 47.5°$

13. Le logo

Le logo d'une compagnie minière va être imprimer en trois dimensions sur le côté d'un immeuble. Une donnée a été oubliée cependant dans la création du logo. Seulement la partie en question est représentée dans le plan Cartésien ci-dessous :



Le logo est le tracé noir.

C'est une parabole coupée par une droite aux points B et C.

La partie parabolique commence au point (5, 22) et termine à (15, 22).

Le maximum de la parabole est 72.

L'équation de la droite BC est :

$$x + y = 72$$

Quelles sont les coordonnées des points B et C?

1[ière] étape : Trouver le sommet

$h = (5 + 15) \div 2 = 10$

$k = \text{maximum} = 72$

Sommet est (10, 72)

2[ième] étape : Trouver l'équation canonique de la parabole

$y = a(x - h)^2 + k$	Sommet = (10, 72)
$y = a(x - 10)^2 + 72$	avec (15, 22)
$22 = a(15 - 10)^2 + 72$	
$22 = 25a + 72$	(- 72)
$-50 = 25a$	(÷ 25)
$-2 = a$	Alors, la parabole est : $y = -2(x - 10)^2 + 72$

$3^{\text{ième}}$ étape : Trouver les points d'intersection

$y = -2(x - 10)^2 + 72$ et $x + y = 72$ (- x)

$y = 72 - x$

Comparaison

$72 - x = -2(x - 10)^2 + 72$

$72 - x = -2(x - 10)(x - 10) + 72$

$72 - x = (-2x + 20)(x - 10) + 72$

$72 - x = -2x^2 + 20x + 20x - 200 + 72$

$72 - x = -2x^2 + 40x - 128$ (- 72)

$-x = -2x^2 + 40x - 200$ (+ x)

$0 = -2x^2 + 41x - 200$ Formule quadratique

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(41) \pm \sqrt{(41)^2 - 4(-2)(-200)}}{2(-2)}$$

$$x = \frac{-41 \pm \sqrt{1\,681 - 1600}}{-4}$$

$$x = \frac{-41 \pm \sqrt{81}}{-4}$$

$$x = \frac{-41 \pm 9}{-4}$$

$x_1 = (-41 + 9) \div (-4) = 8$

$y_1 = 72 - x = 72 - 8 = 64$ **B est (8, 64)**

$x_2 = (-41 - 9) \div (-4) = 12.5$

$y_2 = 72 - x = 72 - 12.5 = 59.5$ **C est (12.5, 59.5)**

14. Le concours

La mine a besoin de recruter du personnel pour des emplois bien rémunérés. Pour trier les candidatures, une question mathématique a été utilisée :

Le tableau ci-dessous présente une suite d'expressions algébriques. Les numérateurs et les dénominateurs de ces expressions sont différents de zéro.

1ière expression	$\dfrac{x-8}{2x^2-11x-40}$
2ième expression	$\dfrac{(5x+2)(2x-5)}{4x^2-25}-\dfrac{5x}{2x+5}$
3ième expression	$\dfrac{4x-1}{2x+5}\div\dfrac{4x^2+11x-3}{3x+9}$
$\vdots$	$\vdots$
6ième expression	$\dfrac{??}{12x^2+20x-25}$

Quelle est le numérateur de la 6ième expression?

1ière expression :

$$\frac{x-8}{2x^2-11x-40}=\frac{x-8}{(x-8)(2x+5)}=\frac{1}{2x+5}$$

2ième expression :

$$\frac{(5x+2)(2x-5)}{4x^2-25}-\frac{5x}{2x+5}$$

$$=\frac{(5x+2)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}-\frac{5x}{2x+5}$$

$$=\frac{5x+2}{2x+5}-\frac{5x}{2x+5}$$

$$=\frac{2}{2x+5}$$

3$^{\text{ième}}$ expression :

$$\frac{4x-1}{2x+5} \div \frac{4x^2+11x-3}{3x+9}$$

$$= \frac{4x-1}{2x+5} \div \frac{(4x-1)(x+3)}{3(x+3)}$$

$$= \frac{4x-1}{2x+5} \div \frac{(4x-1)}{3}$$

$$= \frac{4x-1}{2x+5} \bullet \frac{3}{(4x-1)}$$

$$= \frac{(4x-1)3}{(2x+5)(4x-1)}$$

$$= \frac{3}{2x+5}$$

6$^{\text{ième}}$ expression :

Cette expression simplifiée devrait être : $\frac{6}{2x+5}$

Le dénominateur est :

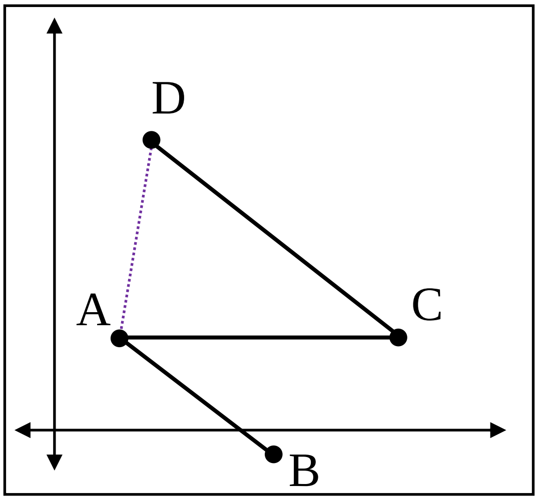
$12x^2 + 20x - 25$	Produit : -300 → $\sqrt{300}$ 17.32
$= 12x^2 - 10x + 30x - 25$	Facteurs : (1, -300) (-1, 300) (2, -150) (-2, 150)
$= (12x^2 - 10x) + (30x - 25)$	(3, -100) (-3, 100) (4, -75) (-4, 75) (5, -60) (-5, 60)
$= 2x(6x - 5) + 5(6x - 5)$	(6, -50) (-6, 50) (10, -30) **(-10, 30)** (12, -25) (-12, 25)
$= (6x - 5)(2x + 5)$	(15, -20) (-15, 20)

Il faut donc annuler le (6x – 5) au dénominateur et mettre le « 6 » au numérateur.

Le 6$^{\text{ième}}$ numérateur est 6(6x – 5) = **36x – 30**.

15. La nouvelle rue

L'esquisse de plan Cartésien ci-contre est gradué en kilomètre. Les droites représentent des routes près de la municipalité de Sainte-Jessica-de-l'Abitibi.



L'équation de la droite AB est :

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 1$$

L'abscisse du point A est 9.

La droite AC est horizontale (parallèle à l'axe des abscisses) et mesure 11 km.

Les droites AB et DC sont parallèles.

L'ordonnée du point D est 12.

Une nouvelle rue va relier les points A et D. Quelle est la longueur de cette nouvelle construction au dixième de kilomètre près?

1ière étape : Trouver les coordonnées de A

$\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 1$ avec x = 9

$$\frac{9}{15} + \frac{y}{12} = 1$$

$0.6 + \frac{y}{12} = 1$ (- 0.6)

$\frac{y}{12} = 0.4$ (• 12)

y = 4.8 A est donc (9, 4.8)

2ième étape : Trouver les coordonnées du point C

(9 + 11, 4.8) = (20, 4.8)

3ième étape : Trouver l'équation de la droite CD

Pente est parallèle à $\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 1$ → Pente = -b ÷ zéro = -12 ÷ 15 = -0.8

y = -0.8x + b avec (20, 4.8)

4.8 = -0.8(20) + b

4.8 = -16 + b (+ 16)

20.8 = b CD est : y = -0.8x + 20.8

4[ième] étape : Trouver les coordonnées du point D

$y = -0.8x + 20.8$ avec $y = 12$

$12 = -0.8x + 20.8$ $(- 20.8)$

$-8.8 = -0.8x$ $(\div -0.8)$

$11 = x$ Le point D est (11, 12)

5[ième] étape : Trouver la distance entre A(9, 4.8) et D(11, 12)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(11 - 9)^2 + (12 - 4.8)^2}$$

$$d = \sqrt{(2)^2 + (7.2)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 51.84}$$

$$d = \sqrt{55.84}$$

d = 7.5 km

16. Le nouveau quartier

Avec une explosion industrielle arrive beaucoup de nouveaux travailleurs. La prospérité mène la municipalité de Sainte-Jessica-de-l'Abitibi à construire le réseau routier d'un nouveau quartier résidentiel. Ces réseaux sont construits avec deux modèles de base : les intersections et les tronçons de route.

Les intersections sont carrées. La longueur totale de trottoir dans une intersection est égale au tiers de son périmètre. Toutes les intersections sont isométriques.

Les tronçons de route sont rectangulaires. Leur largeur est égale à la mesure d'un côté d'une intersection. La longueur totale de trottoir dans un tronçon de route est égale au double de la longueur d'un tronçon. Tous les tronçons de route sont isométriques.

Un premier projet a été réalisé avec 4 intersections et 9 tronçons pour un longueur totale de trottoir égale à 1 008 pieds et une aire totale de 14 580 pieds carrés.

Le projet de Sainte-Jessica-de-l'Abitibi contiendra 7 intersections et 19 tronçons de route. L'estimation du coût de ce projet est de 95$ par pied carré. Combien coûtera ce réseau routier?

Soit x : la mesure d'un côté d'une intersection (pied)
y : la mesure d'une longueur de tronçon (pied)

$4 \bullet \frac{1}{3} \bullet 4x + 9 \bullet 2y = 1\,008$ ← Périmètre du trottoir

$4x^2 + 9xy = 14\,580$ ← Aire

Manipuler l'équation pour le périmètre : Isoler « y »

$\frac{16}{3}x + 18y = 1\,008$ (• 3)

$16x + 54y = 3\,024$ (- 16x)

$54y = -16x + 3\,024$ (÷ 54)

$y = \frac{-8}{27}x + 56$

$4x^2 + 9xy = 14\,580$

$4x^2 + 9x(\frac{-8}{27}x + 56) = 14\,580$

$4x^2 - \frac{8}{3}x^2 + 504x = 14\,580$ (• 3)

$12x^2 - 8x^2 + 1\,512x = 43\,740$

$4x^2 + 1\,512x = 43\,524$ (÷ 4)

$x^2 + 378x = 10\,935$ (- 10 935)

$x^2 + 378x - 10\,935 = 0$ Formule quadratique

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-378 \pm \sqrt{(378)^2 - 4(1)(-10\,935)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-378 \pm \sqrt{142\,884 + 43\,740}}{2}$$

$$x = \frac{-378 \pm \sqrt{186\,624}}{2}$$

$$x = \frac{-378 \pm 432}{2}$$

x_1 = (-378 + 432) ÷ 2 = 54 ÷ 2 = 27
x_2 = (-378 – 432) ÷ 2 = -810 ÷ 2 = -405 ← à rejeter car mesure doit être +

y = $\frac{-8}{27}$x + 56 avec x = 27

y = $\frac{-8}{27}$(27) + 56

y = -8 + 56
y = 48

Aire du nouveau projet = 7 • x^2 + 19 • x • y
= 7 • $(27)^2$ + 19 • (27) • (48)
= 5 103 + 24 624
= 24 624 pieds carrés

Prix = 95 • 24 624 = 2 339 280$